



Pracovní list

MECHANIKA TEKUTIN

Petra Dančová

A	plocha (m^2)
c	rychlost ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
c_s	střední rychlost z průtoku ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
d	průměr (m)
d_{CH}	charakteristický rozměr (m)
E_k, e_k	kinetická energie, měrná kinetická energie (J), ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$)
E_p, e_p	polohová energie, měrná polohová energie (J), ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$)
E_t, e_t	tlaková energie, měrná tlaková energie (J), ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$)
e_z	měrná ztrátová energie ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} = \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)
F	síla ($\text{N} = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)
F_t	třecí síla (N)
g	tíhové (gravitační) zrychlení ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)
h	výška (m)
h_z	ztrátová výška (m)
k	drsnost (m)
l	délka (m)
l_e	ekvivalentní délka potrubí (m)
m	hmotnost (kg)

$\dot{m}$	hmotnostní tok, hmotnostní průtok ($\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$)
p	tlak ($\text{Pa} = \text{N}\cdot\text{m}^{-2}$)
p_c, p_d, p_s	celkový tlak, dynamický tlak, statický tlak (Pa)
p_z	tlaková ztráta (Pa)
r	poloměr (m)
t, T	teplota, termodynamická teplota ($^{\circ}\text{C}$), (K)
τ	čas (s)
V	objem (m^3)
$\dot{V}$	objemový tok, objemový průtok ($\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$)
Re	Reynoldsovo číslo (1)
Re_k	kritické Reynoldsovo číslo (1)
δ	součinitel slačitelnosti ($\text{m}^2\cdot\text{N}^{-1}$)
ζ	ztrátový součinitel (1)
η	dynamická viskozita ($\text{Pa}\cdot\text{s}$)
κ	Coriolisův součinitel (1)
λ	součinitel tření (1)
ν	kinematická viskozita ($\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$)
ρ	hustota ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)

Tekutina

látko, jejíž molekuly se i za účinku malých sil vůči sobě snadno pohybují

Kontinuum

spojité prostředí, stejné vlastnosti ve všech směrech, nepřihlíží se k molekulové struktuře

Fyzikální vlastnosti tekutin

a) **hustota**: hmotnost objemové jednotky tekutiny

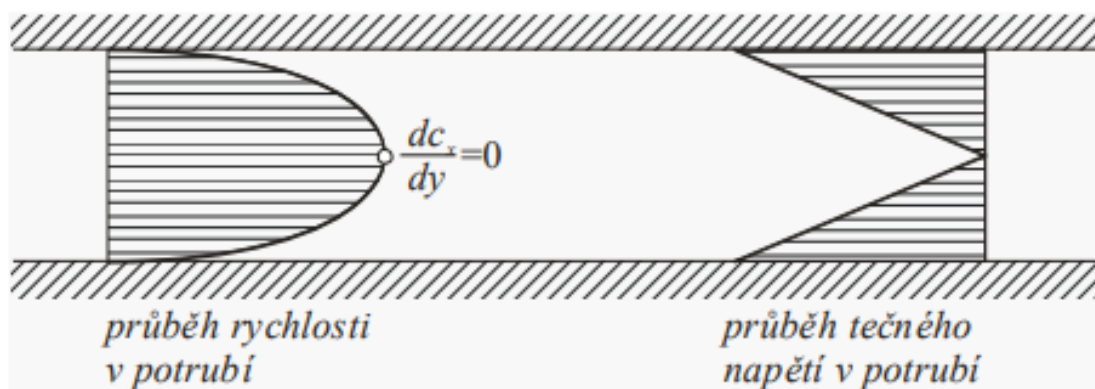
$$\rho = \frac{m}{V} \text{ (kg} \cdot \text{m}^{-3}\text{)}, \text{ protože } V = V(p, t), \text{ mění se i } \rho$$

b) **stlačitelnost**: schopnost tekutin zmenšovat svůj objem při zvýšení tlaku

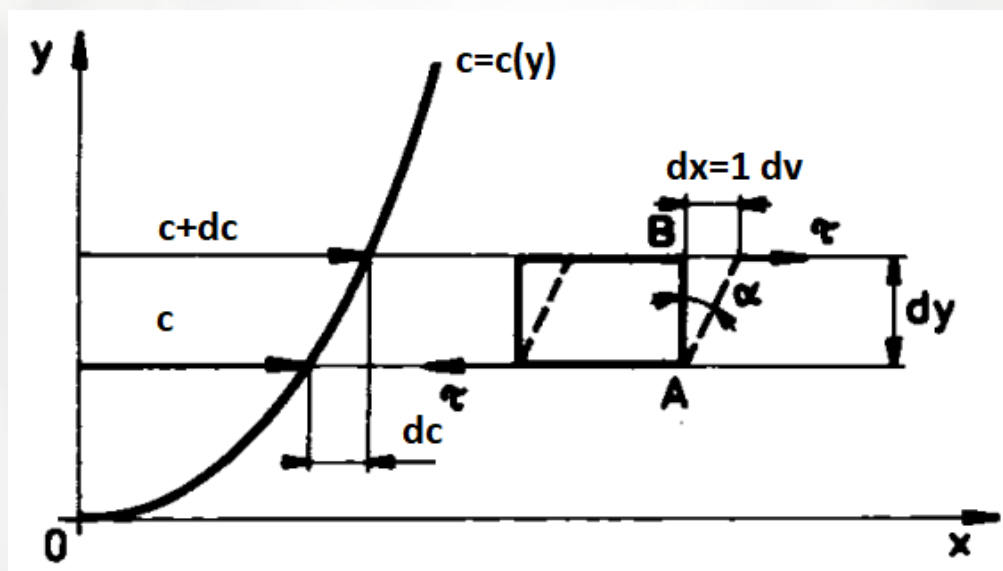
$$\delta = \frac{\Delta V}{V} \frac{1}{\Delta p} \text{ (m}^2 \cdot \text{N}^{-1}\text{)}$$

Viskozita (vazkost) tekutin

projevuje se při proudění reálných tekutin, jako odpor proti pohybu částic tekutiny



Viskozita (vazkost) tekutin



a) tečné napětí od viskozity

$$\tau = \eta \frac{dc}{dy} \quad (\text{Pa})$$

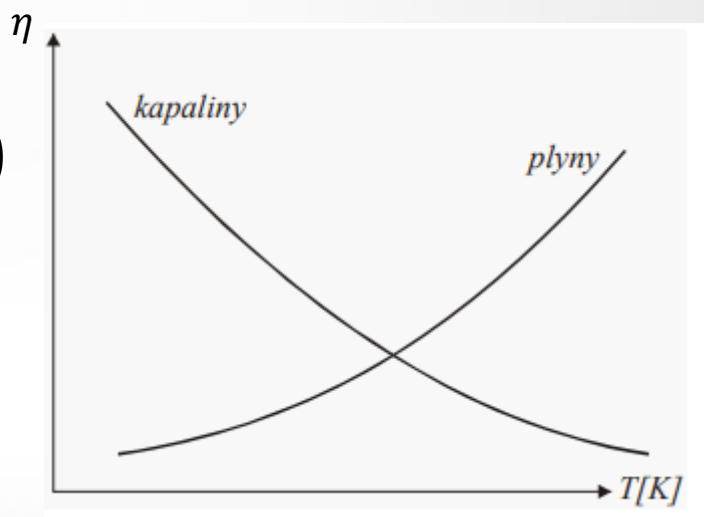
odpovídá tečné síle F_t na jednotce třecí plochy A_t $\tau = \frac{F_t}{A_t}$ (Pa)

b) dynamická viskozita

$$\eta = \frac{\tau}{\frac{dc}{dy}} \quad \left(\frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} = \text{Pa} \cdot \text{s} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \right)$$

c) kinematická viskozita

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$$

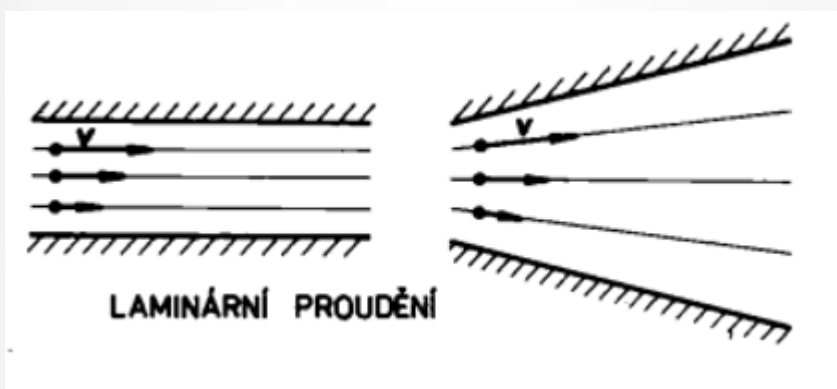


Rozdělení tekutin

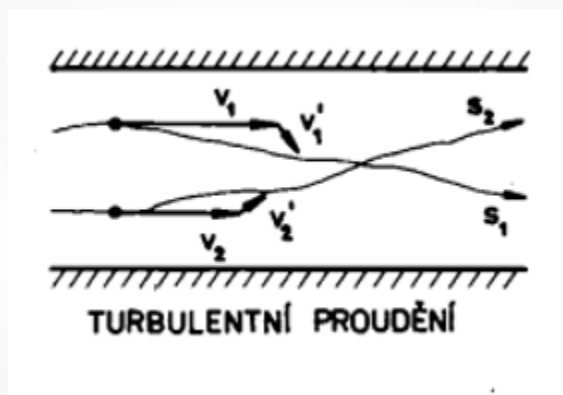
- a) **ideální kapalina:** předpokládá se jako nestlačitelná, bez vnitřního tření
- b) **ideální plyn:** dokonale stlačitelný, bez vnitřního tření
- c) **reálná kapalina:** vyznačuje se nestlačitelností (zjednodušený předpoklad pro výpočty) a vnitřním třením
- d) **reálný plyn:** stlačitelný s vnitřním třením

Proudění reálných tekutin

- a) **laminární proudění:** částice se pohybují ve vrstvách a nedochází k jejich promíchávání



- b) **turbulentní proudění:** částice se také přemísťují po průřezu a dochází k jejich promíchávání



Proudění reálných tekutin – závislost na čase

a) **ustálené (stacionární):** nezávislé na čase

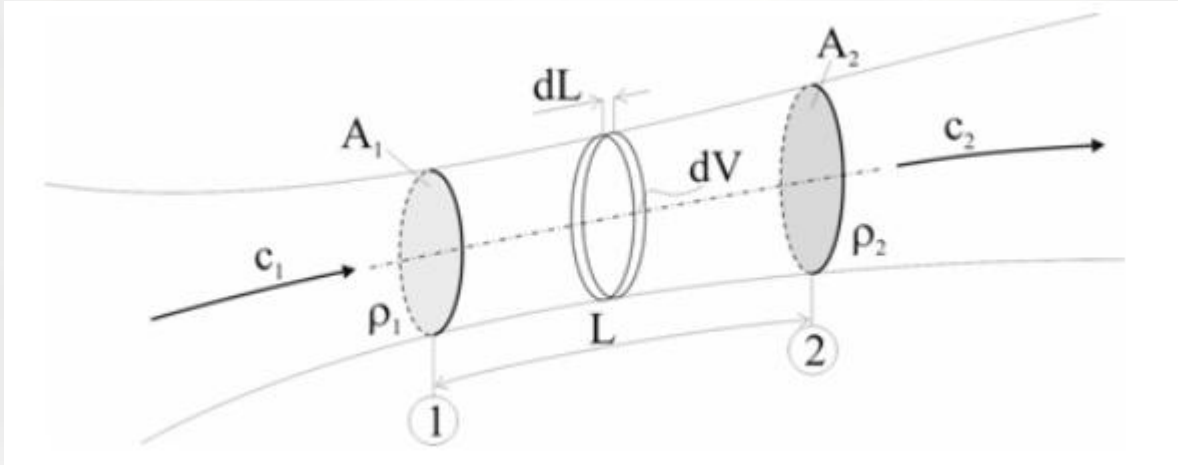
$$c \neq c(t)$$

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = 0 \text{ (změna rychlosti v čase je nulová)}$$

b) **neustálené (nestacionární):** veličiny jsou závislé na čase

$$c = c(x, y, z, t), \text{ popř. } c = c(t)$$

zákon zachování hmoty, popř. hmotnosti



1D stacionární proudění

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \quad (\text{kg} \cdot \text{s}^{-1})$$

$$\rho_1 c_1 A_1 = \rho_2 c_2 A_2 \quad (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^2 = \text{kg} \cdot \text{s}^{-1})$$

1D stacionární proudění nestlačitelné tekutiny

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho = \text{konst.}$$

$$c_1 A_1 = c_2 A_2 \quad (\text{m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^2 = \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$$

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 \quad (\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$$

rovnice bilance mechanické energie, nikoliv zákon o zachování energie

vzájemná vazba polohové, tlakové a kinetické energie tekutiny

$$e_p = g \cdot h \quad (\text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m} = \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = \text{J} \cdot \text{kg}^{-1})$$

$$e_t = \frac{p}{\rho} \quad (\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 = \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = \text{J} \cdot \text{kg}^{-1})$$

$$e_k = \frac{1}{2} c^2 \quad (\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = \text{J} \cdot \text{kg}^{-1})$$

Bernoulliho rovnice pro ideální tekutinu

ODKUD = KAM

energetický tvar

$$gz_1 + \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{c_1^2}{2} = gz_2 + \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{c_2^2}{2}$$

výškový tvar

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho_1 g} + \frac{c_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho_2 g} + \frac{c_2^2}{2g}$$

tlakový tvar

$$\rho_1 g z_1 + p_1 + \frac{c_1^2}{2} = \rho_2 g z_2 + p_2 + \frac{c_2^2}{2}$$

Bernoulliho rovnice pro reálnou tekutinu

ODKUD = KAM + ZTRÁTY

nezapomenout na Coriolisův (korekční) součinitel κ , který používáme, dosazujeme-li do BR střední rychlost podle objemu

(pro laminární proudění $\kappa = 2$, pro turbulentní proudění $\kappa \approx 1$)

energetický tvar

$$gz_1 + \frac{p_1}{\rho_1} + \kappa_1 \frac{c_1^2}{2} = gz_2 + \frac{p_2}{\rho_2} + \kappa_2 \frac{c_2^2}{2} + e_{z1-2}$$

výškový tvar

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho_1 g} + \kappa_1 \frac{c_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho_2 g} + \kappa_2 \frac{c_2^2}{2g} + h_{z1-2}$$

tlakový tvar

$$\rho_1 gz_1 + p_1 + \kappa_1 \frac{c_1^2}{2} = \rho_2 gz_2 + p_2 + \kappa_2 \frac{c_2^2}{2} + p_{z1-2}$$

ztráty představují tzv. disipovanou energii
dělíme na **třecí** a **místní**

Třecí ztráty

vznik na rovném úseku potrubí

Weissbach:
$$e_z = \lambda \frac{L}{D} \frac{c^2}{2}$$

kde λ (1) je součinitel třecích ztrát, $\lambda = \lambda(\text{Re, drsnost})$

Reynoldsovo číslo:
$$\text{Re} = \frac{c \cdot D}{\nu}$$

součinitel třecích ztrát λ

a) výpočtem

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} \quad \text{pro laminární proudění}$$

$$\lambda = \frac{0.3164}{\sqrt[4]{\text{Re}}} \quad \text{pro } 3 \cdot 10^3 < \text{Re} < 8 \cdot 10^4$$

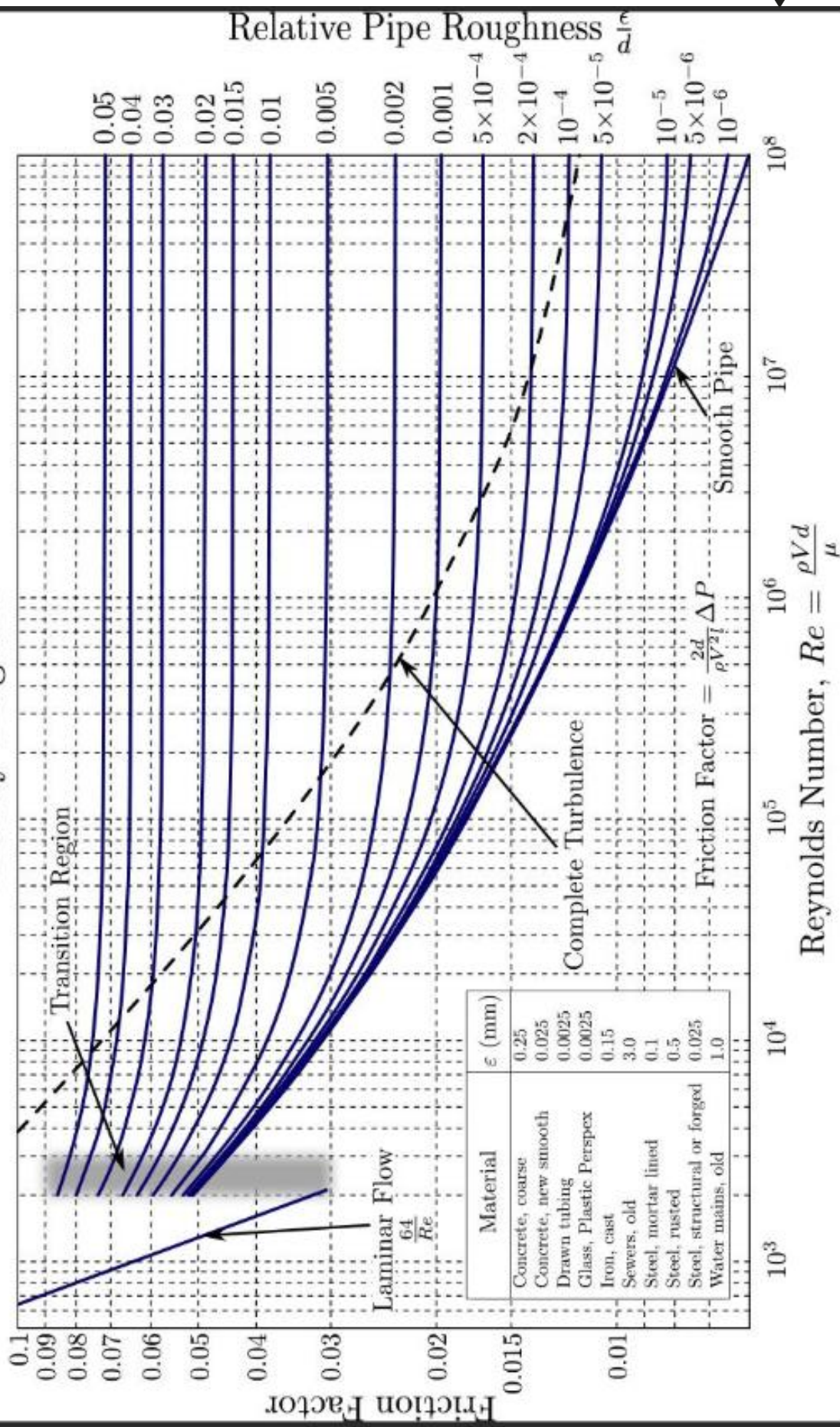
$$\lambda = \frac{0.184}{\sqrt[5]{\text{Re}}} \quad \text{pro } 10^5 < \text{Re} < 10^6$$

$$\lambda = (2 \log \frac{D}{k} + 1.138)^{-2} \quad \text{pro drsné potrubí}$$

b) Moodyho diagram

MOODYHO DIAGRAM

Moody Diagram



ztráty představují tzv. disipovanou energii
dělíme na **třecí** a **místní**

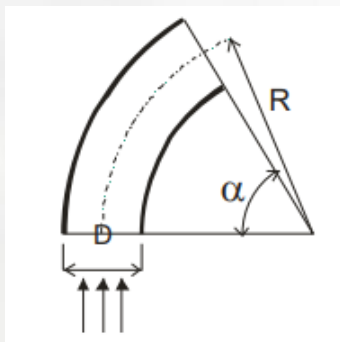
Místní ztráty

vznik v ohybech, armaturách, při změně průřezu potrubí

ztrátová energie: $e_z = \frac{c^2}{2} \zeta$

kde ζ (1) je součinitel místních ztrát, hodnoty lze získat od výrobců, popř. z nomogramů.

příklady místních ztrát:



Úhel změny směru α	r/D	
	1,0	1,5
45°	0,25	0,20
90°	0,40	0,30
180°	0,50	0,35

Místní ztráty lze vyjádřit ekvivalentní délkou potrubí, při které by ztráta třením byla stejná jako ztráta místní:

místní = třecí

$$e_z = \frac{c^2}{2} \zeta = e_z = \lambda \frac{L}{D} \frac{c^2}{2}$$

$$\Downarrow$$
$$\zeta = \lambda \frac{l_e}{D}$$