



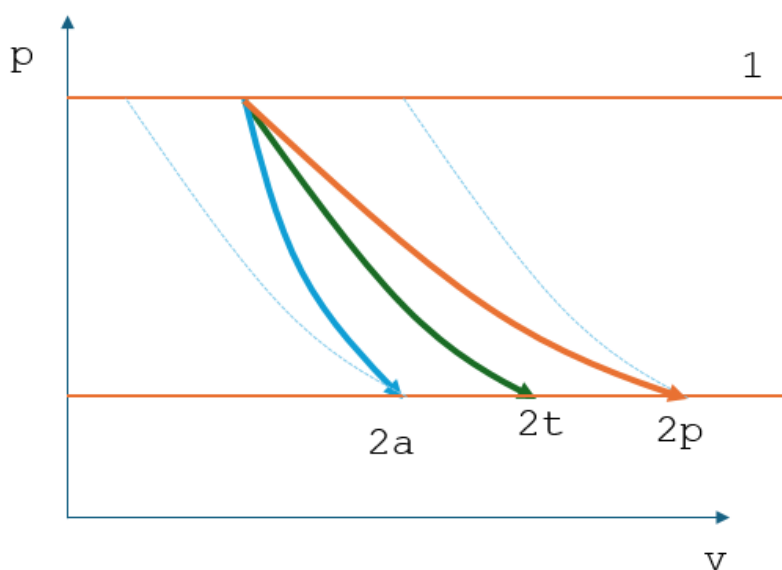
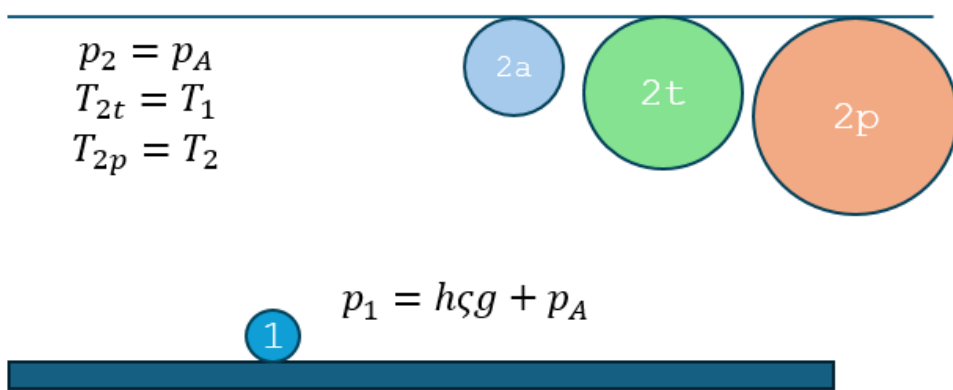
Příklady

Termodynamika

Tomáš Vít

V rybníku hlubokém 3 m se u dna vytvořila vzduchová bublina o průměru 5 mm.

Teplota u dna je 4 °C. Určete, jaký bude průměr bubliny ve chvíli, kdy vystoupá k hladině. Teplota u hladiny je 15 °C.



V rybníku hlubokém 3 m se u dna vytvořila vzduchová bublina o průměru 5 mm.

Teplota u dna je 4 °C. Určete, jaký bude průměr bubliny ve chvíli, kdy vystoupá k hladině. Teplota u hladiny je 15 °C.

$$p_2 = p_A$$

$$T_{2t} = T_2$$

$$\textcircled{1} \quad p_1 = h\zeta g + p_A$$

Platí stavová rovnice IP: $v \cdot p = r \cdot T$ a
 $V \cdot p = m \cdot r \cdot T$

Stav 1:

$$p_1 = h\zeta g + p_A = 3 \cdot 1000 \cdot 10 + 100.000 = 130.000 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 4 + 273 = 277 \text{ K}$$

$$v_1 = r \frac{T_1}{p_1} = 287 \frac{277}{130.000} = 0,612 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$$

$$V_1 = \frac{1}{6} \pi d^3 = \frac{1}{6} \pi (0,005)^3 = 6,54 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3$$

$$m = \frac{V_1}{v_1} = 1,069 \cdot 10^{-7} \text{ kg}$$

V rybníku hlubokém 3 m se u dna vytvořila vzduchová bublina o průměru 5 mm.

Teplota u dna je 4 °C. Určete, jaký bude průměr bubliny ve chvíli, kdy vystoupá k hladině. Teplota u hladiny je 15 °C.

$$\begin{aligned} p_2 &= p_A \\ T_{2t} &= T_2 \end{aligned}$$

2a

$$p_1 = h\zeta g + p_A$$

1

Platí stavová rovnice IP: $v \cdot p = r \cdot T$ a
 $V \cdot p = m \cdot r \cdot T$

Stav 2a - adiabatický proces, děj je tak rychlý, že nedojde k výměně tepla s okolím:

$$pv^\kappa = \text{konst}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_{2a}} \right)^\kappa$$

$$v_{2a} = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} = 0,612 \left(\frac{130.000}{100.000} \right)^{\frac{1}{1,4}} = 0,738 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$$

$$V_{2a} = v_{2a} \cdot m = 0,738 \cdot 1,069 \cdot 10^{-7} = 7,89 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3$$

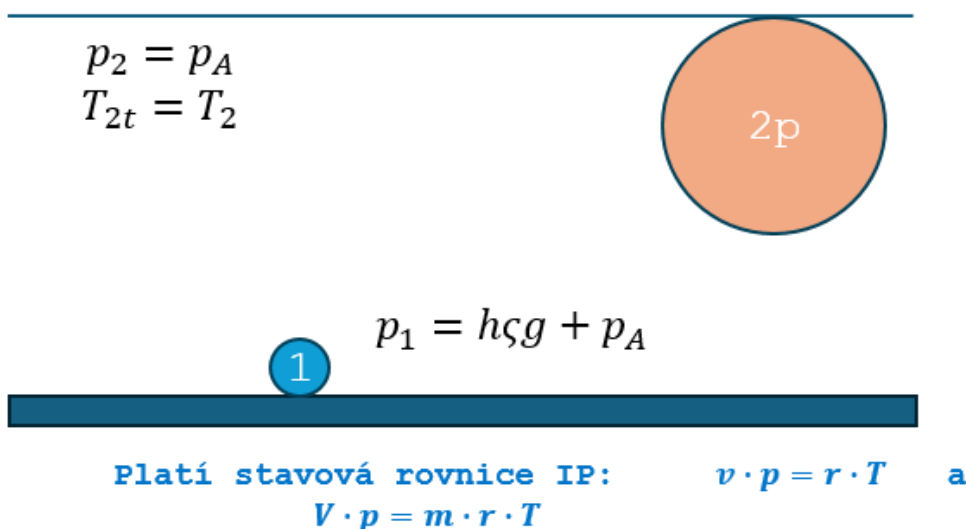
$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V_{2a}}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 7,89 \cdot 10^{-8}}{\pi}} = 5,32 \text{ mm}$$

$$T_{2a} = \frac{v_{2a} \cdot p_2}{r} = \frac{0,738 \cdot 100.000}{287} = 257 \text{ K}$$

$$= -15,8 \text{ °C}$$

V rybníku hlubokém 3 m se u dna vytvořila vzduchová bublina o průměru 5 mm.

Teplota u dna je 4 °C. Určete, jaký bude průměr bubliny ve chvíli, kdy vystoupá k hladině. Teplota u hladiny je 15 °C.



Stav 2p - děj bude natolik pomalý, že se teplota vzduchu vyrovná s teplotou okolí:

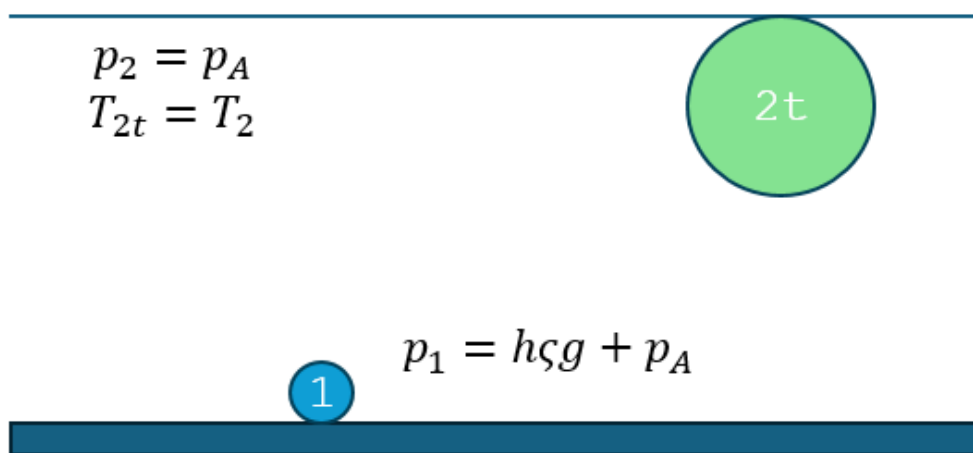
$$p_2 \frac{V_{2p}}{T_{2p}} = p_1 \frac{V_1}{T_1}$$

$$V_{2p} = \frac{p_1 T_{2p}}{p_2 T_1} V_1 = \frac{130.000}{100.000} \frac{288}{277} 6,54 \cdot 10^{-8} = 8,84 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3$$

$$d_{2p} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V_{2p}}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 8,84 \cdot 10^{-8}}{\pi}} = 5,53 \text{ mm}$$

V rybníku hlubokém 3 m se u dna vytvořila vzduchová bublina o průměru 5 mm.

Teplota u dna je 4 °C. Určete, jaký bude průměr bubliny ve chvíli, kdy vystoupá k hladině. Teplota u hladiny je 15 °C.



Platí stavová rovnice IP: $v \cdot p = r \cdot T$ a
 $V \cdot p = m \cdot r \cdot T$

Stav 2t - děj bude probíhat za konstantní teploty:

$$p_2 V_{2t} = p_1 V_1$$

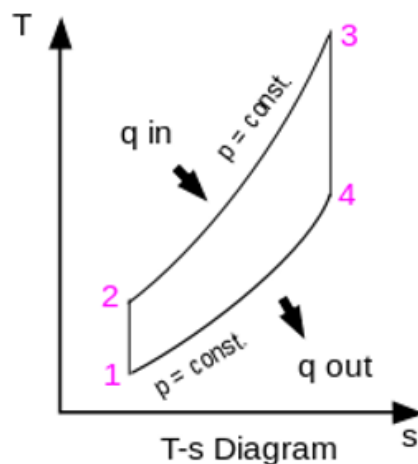
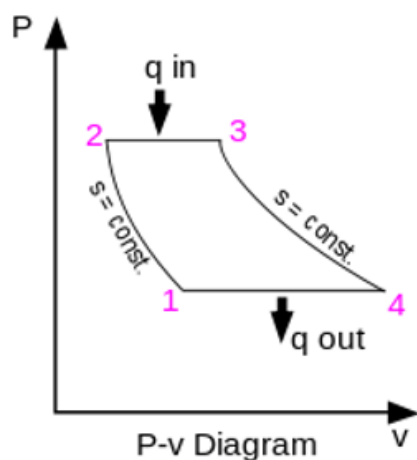
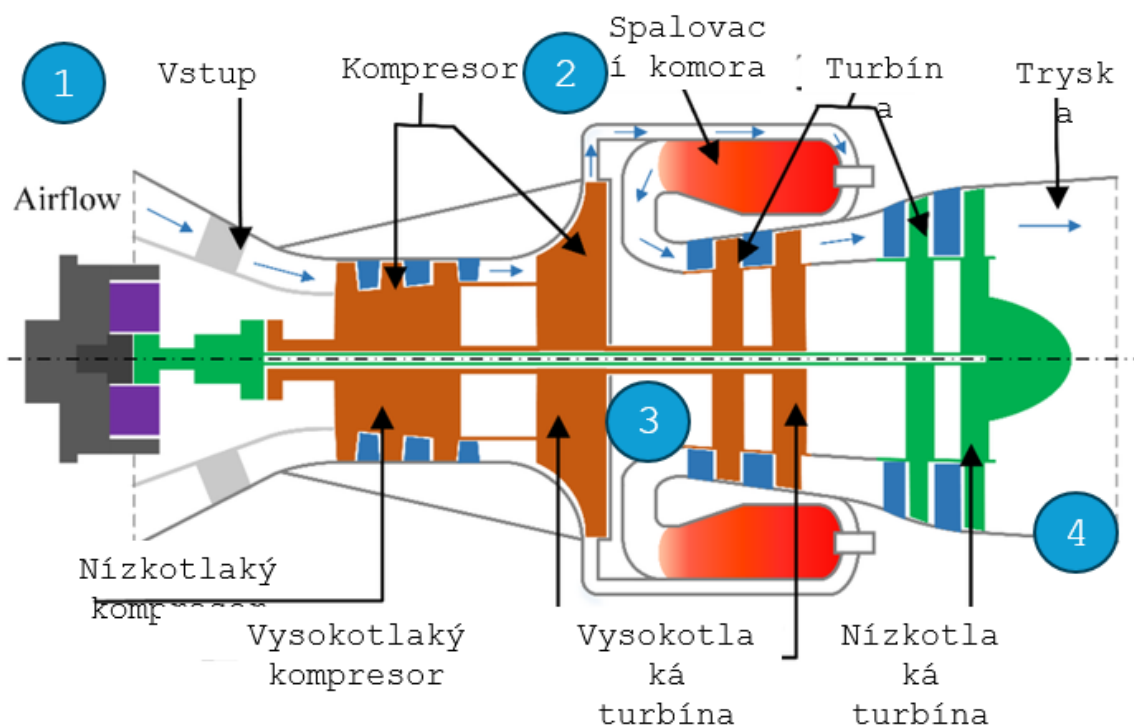
$$V_{2t} = \frac{p_1}{p_2} V_1 = \frac{130.000}{100.000} 6,54 \cdot 10^{-8} = 8,50 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3$$

$$d_{2t} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V_{2t}}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 8,50 \cdot 10^{-8}}{\pi}} = 5,546 \text{ mm}$$

Plynová turbína pracuje dle Ericsson-Braytonova oběhu. Kompresor nasává $0,05 \text{ kg.s}^{-1}$ vzduchu o tlaku $0,12 \text{ MPa}$ a teplotě 28°C . Teplota na vstupu do turbíny je 1200°C , na výstupu z turbíny 650°C .

Určete tepelnou účinnost cyklu.

Určete teoretickou spotřebu paliva o spalném teple 55.000 kJ/kg



Plynová turbína pracuje dle Ericsson-Braytonova oběhu. Kompresor nasává 0,05 kg.s-1 vzduchu o tlaku 0,12 MPa a teplotě 28 °C. Teplota na vstupu do turbíny je 1200 °C, na výstupu z turbíny 650 °C.

Určete tepelnou účinnost cyklu.

Určete teoretickou spotřebu paliva o spalném teple 55.000 kJ/kg

Uděláme přehled známých veličin. Následně určíme zbývající stavové veličiny

Stav	1	2	3	4
v (m³/kg)	?	?	?	?
p (Pa)	120,000	?	?	?
T (K)	301	?	1473	923

Platí stavová rovnice IP: $v \cdot p = r \cdot T$

Stav 1:

$$p_1 = 0,12 \text{ MPa}$$

$$T_1 = 28 + 273 = 301 \text{ K}$$

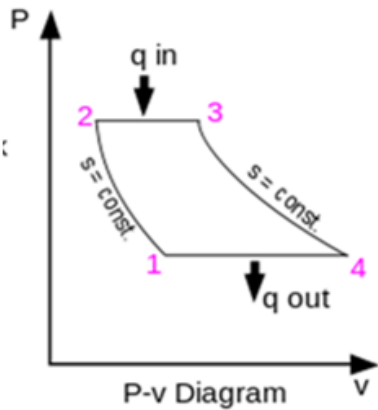
$$v_1 = r \frac{T_1}{p_1} = 287 \frac{301}{120,000} = 0,720 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$$

Stav 4:

$$p_4 = p_1 = 0,12 \text{ MPa}$$

$$T_4 = 650 + 273 = 923 \text{ K}$$

$$v_4 = r \frac{T_4}{p_4} = 287 \frac{923}{120,000} = 2,208 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$$



Stav	1	2	3	4
v (m³/kg)	0,720	?	?	2,208
p (Pa)	120.000	?	?	120.000
T (K)	301	?	1473	923

Stav	1	2	3	4
v (m ³ /kg)	0,720	?	?	2,208
p (Pa)	120.000	?	?	120.000
T (K)	301	?	1473	923

Stav 3:

$$\frac{p_3}{p_4} = \left(\frac{T_3}{T_4} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

$$p_3 = p_4 \left(\frac{T_3}{T_4} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 120,000 \left(\frac{1473}{923} \right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 616,000 \text{ Pa}$$

$$v_3 = r \frac{T_3}{p_3} = 287 \frac{1473}{616,000} = 0,686 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$$

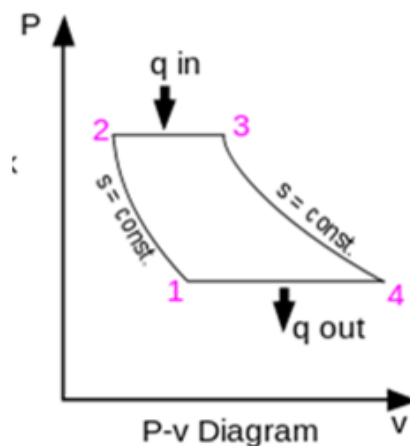
Stav 2:

$$p_2 = p_3 = 616,000 \text{ Pa}$$

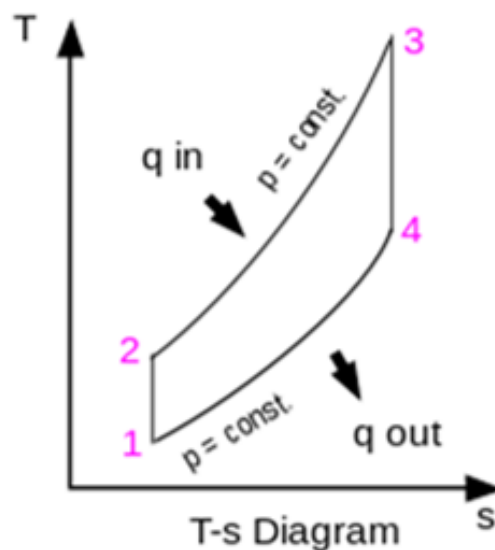
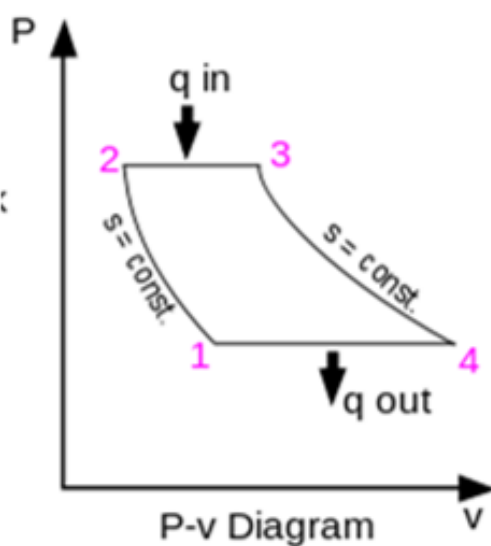
$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 301 \left(\frac{616,000}{120,000} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 481 \text{ K}$$

$$v_2 = r \frac{T_2}{p_2} = 287 \frac{481}{616,000} = 0,224 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$$



Stav	1	2	3	4
v (m ³ /kg)	0,720	0,224	0,686	2,208
p (Pa)	120.000 (=4)	616.000 (=3)	616.000	120.000
T (K)	301	481	1473	923



Shrnutí stavových veličin v bodech:

Stav	1	2	3	4
v (m^3/kg)	0,720	0,224	0,686	2,208
p (Pa)	120,000	616,000	616,000	120,000
T (K)	301	481	1473	923

Energetické veličiny:

Přivedené teplo 2-3:

Podle 1. ZT: $h_{2-3} = q_{2-3} - w_{t,2-3}$

$$q_{2-3} = c_p(T_3 - T_2)$$

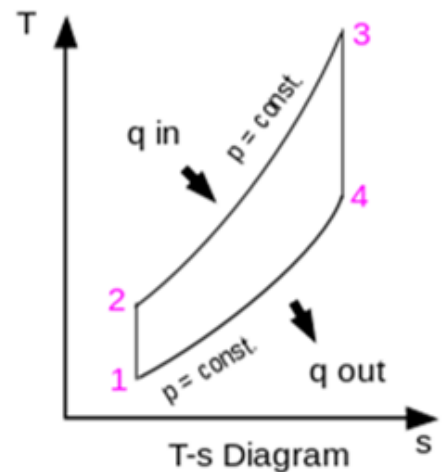
$$q_{2-3} = 1005 (1473 - 841) = 997.155 \frac{J}{kg}$$

Odvedené teplo 4-1:

$$h_{4-1} = q_{4-1} - w_{t,4-1}$$

$$q_{4-1} = c_p(T_1 - T_4)$$

$$q_{4-1} = 1005 (301 - 923) = -624.886 \frac{J}{kg}$$



Práce cyklu:

$$a_c = q_{2-3} - |q_{4-1}| = 997.155 - 624.886 = 372.269 \frac{J}{kg}$$

$$A_c = a_c \dot{m}_v = 372.269 \cdot 0,05 = 18.613 \text{ W}$$

Účinnost:

$$\eta_c = \frac{a_c}{q_{2-3}} = \frac{372,269}{997,155} = 0,37$$

Spotřeba plynu:

$$\dot{m}_p = \frac{\dot{m}_v q_{2-3}}{H_p} = \frac{0,05 \cdot 997.155}{55.000.000} = 3,26 \text{ kg/hod}$$

Určete uvedené stavové veličiny vody a vodní páry:

Veličina	Hodnota
Teplota - t (°C)	120
Tlak - p (kPa)	600
Měrný objem v (m ³ /kg)	0,00106
Entropie - s (kJ/(kg K))	1,527
Entalpie - h (kJ/kg)	504,0
Vnitřní energie - u (kJ/kg)	503,4
Suchost - x (1)	
Stav	Kapalina/mokrý pára/přehřátá pára

$$u = h - pv$$

Str. 16

p [MPa]	0,4			0,6			
t_s [°C]	143,620			158,836			
t [°C]	v	i	s	v	i	s	v
0	0,001000	0,4	-0,0001	0,000999	0,6	-0,0001	0,000999
20	0,0010015	84,2	0,2962	0,0010015	84,4	0,2962	0,0010015
40	0,0010076	167,8	0,5720	0,0010076	168,00	0,5719	0,0010076
60	0,0010170	251,4	0,8308	0,0010169	251,6	0,8307	0,0010169
80	0,0010290	335,2	1,0750	0,0010289	335,4	1,0749	0,0010289
100	0,0010436	419,3	1,3066	0,0010434	419,4	1,3065	0,0010434
120	0,0010605	503,9	1,5274	0,0010604	504,0	1,5272	0,0010604
140	0,0010800	589,1	1,7389	0,0010799	589,3	1,7387	0,0010799
160	0,4837	2774,2	6,9805	0,3165	2758,2	6,7640	0,0011015
180	0,5093	2817,8	7,0788	0,3346	2804,8	6,8691	0,1944
200	0,5343	2860,4	7,1708	0,3520	2849,7	6,9662	0,2059
220	0,5589	2902,3	7,2576	0,3690	2893,5	7,0567	0,2169
240	0,5831	2943,9	7,3402	0,3857	2936,4	7,1419	0,2276
260	0,6072	2985,1	7,4190	0,4021	2978,7	7,2228	0,2379
280	0,6311	3026,2	7,4947	0,4183	3020,6	7,3000	0,2480
300	0,6549	3067,2	7,5675	0,4344	3062,3	7,3740	0,2580
320	0,6785	3108,3	7,6379	0,4504	3103,9	7,4454	0,2678

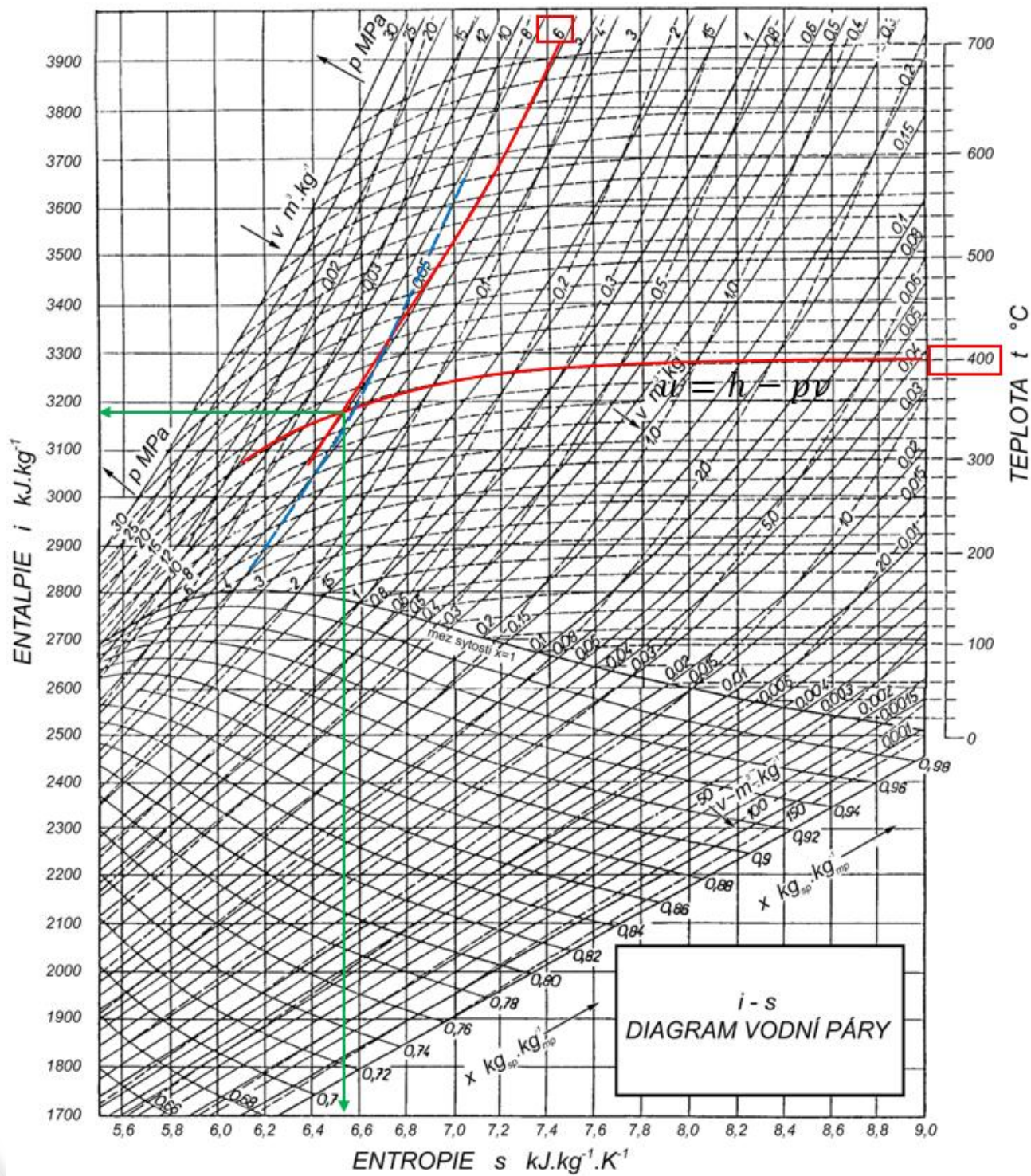
Určete uvedené stavové veličiny vody a vodní páry:

Veličina	Hodnota
Teplota - t ($^{\circ}\text{C}$)	400
Tlak - p (kPa)	6.000
Měrný objem - v (m^3/kg)	0,0474
Entropie - s (kJ/(kg K))	6,5462
Entalpie - h (kJ/kg)	3180,1
Vnitřní energie - u (kJ/kg)	2895,6
Suchost - x (1)	
Stav Str. 17	Kapalina/mokr á pára/přehřátá pára

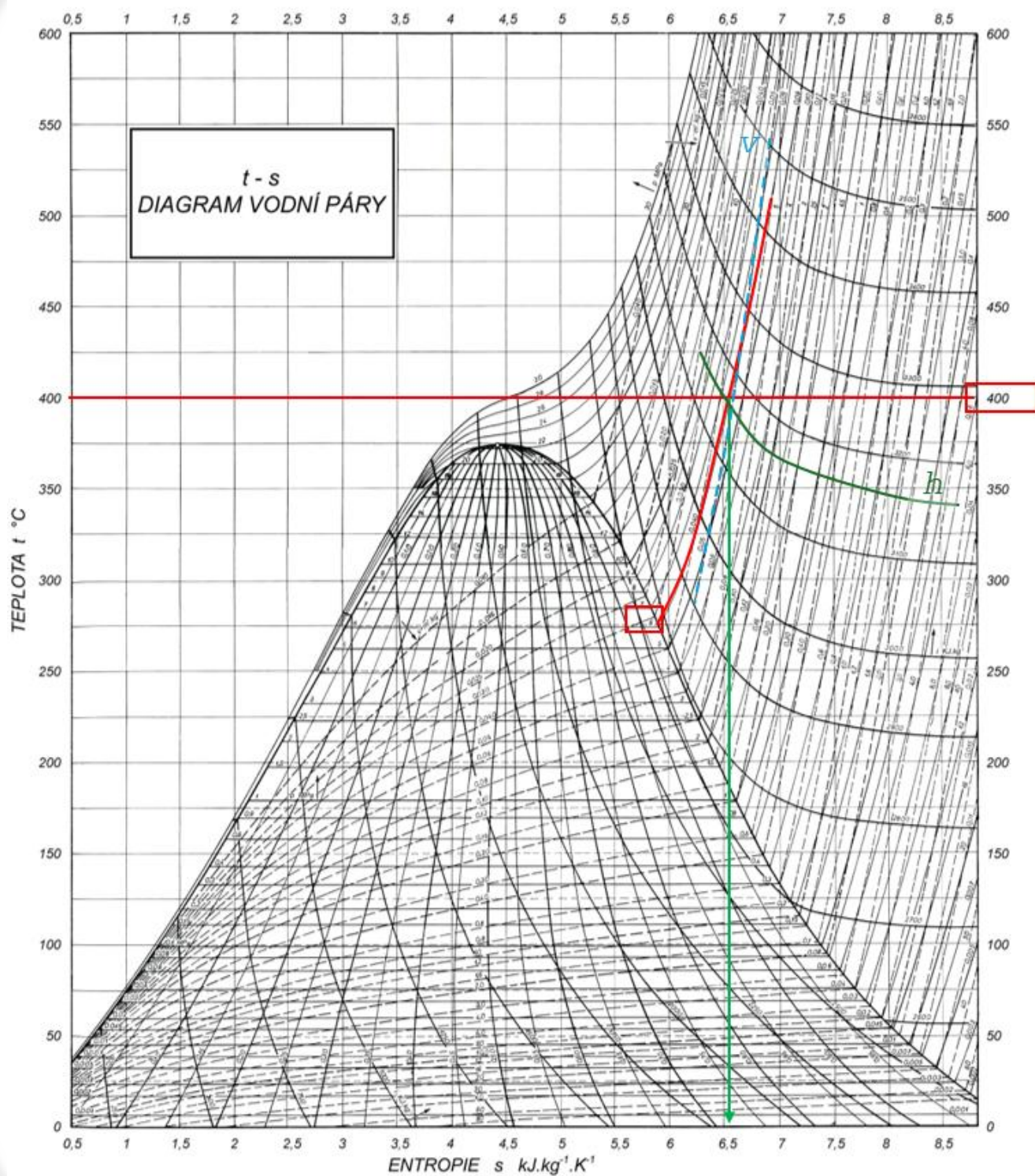
$$u = h - pv$$

t ($^{\circ}\text{C}$)	v (m^3/kg)	h (kJ/kg)	s (kJ/(kg K))
0	0,0009972	6,1	0,0003
20	0,0009990	89,5	0,2950
40	0,0010052	172,7	0,5698
60	0,0010144	256,1	0,8278
80	0,0010263	339,6	1,0713
100	0,0010406	423,5	1,3023
120	0,0010573	507,8	1,5224
140	0,0010764	592,8	1,7332
160	0,0010984	678,6	1,9361
180	0,0011232	765,7	2,1325
200	0,0011519	854,2	2,3237
220	0,0011853	944,7	2,5110
240	0,0012249	1037,9	2,6962
260	0,0012729	1134,7	2,8813
280	0,0332	2804,9	5,9270
300	0,0361	2885,0	6,0692
320	0,0387	2954,2	6,1880
340	0,0411	3016,5	6,2913
360	0,0433	3074,0	6,3836
380	0,0454	3128,3	6,4680
400	0,0474	3180,1	6,5462
420	0,0493	3230,3	6,6196
440	0,0512	3279,3	6,6893
460	0,0530	3327,4	6,7559

Příklad 3b



Příklad 3b



Určete uvedené stavové veličiny vody a vodní páry:

Veličina	Hodnota
Teplota - t ($^{\circ}\text{C}$)	400
Tlak - p (kPa)	6.000
Měrný objem - v (m^3/kg)	0,0474
Entropie - s (kJ/(kg K))	6,5462
Entalpie - h (kJ/kg)	3180,1
Vnitřní energie - u (kJ/kg)	2895,6
Suchost - x (l)	
Stav	Kapalina/mokrá pára/přehřátá pára

$$u = h - pv$$

Str. 17

p [MPa]	6		
t_s [$^{\circ}\text{C}$]	275,548		
t [$^{\circ}\text{C}$]	v	i	s
0	0,0009972	6,1	0,0003
20	0,0009990	89,5	0,2950
40	0,0010052	172,7	0,5698
60	0,0010144	256,1	0,8278
80	0,0010263	339,6	1,0713
100	0,0010406	423,5	1,3023
120	0,0010573	507,8	1,5224
140	0,0010764	592,8	1,7332
160	0,0010984	678,6	1,9361
180	0,0011232	765,7	2,1325
200	0,0011519	854,2	2,3237
220	0,0011853	944,7	2,5110
240	0,0012249	1037,9	2,6962
260	0,0012729	1134,7	2,8813
280	0,0332	2804,9	5,9270
300	0,0361	2885,0	6,0692
320	0,0387	2954,2	6,1880
340	0,0411	3016,5	6,2913
360	0,0433	3074,0	6,3836
380	0,0454	3128,3	6,4680
400	0,0474	3180,1	6,5462
420	0,0493	3230,3	6,6196
440	0,0512	3279,3	6,6893
460	0,0530	3327,4	6,7559

Určete uvedené stavové veličiny vody a vodní páry:

Veličina	Hodnota	(')	('')
Teplota - t ($^{\circ}\text{C}$)	200	200	200
Tlak - p (kPa)	1553,7	1553,7	1553,7
Měrný objem - v (m^3/kg)	0,060	0,00116	0,12732
Entropie - s (kJ/(kg K))	4,228	2,33076	6,4312
Entalpie - h (kJ/kg)	1750	852,38	2792,52
Vnitřní energie - u (kJ/kg)	1657,5		
Suchost - x (1)	0,463		
Stav	Kapalina/mokrý pára/přehřátá pára		

$$A = A' + x(A'' - A')$$

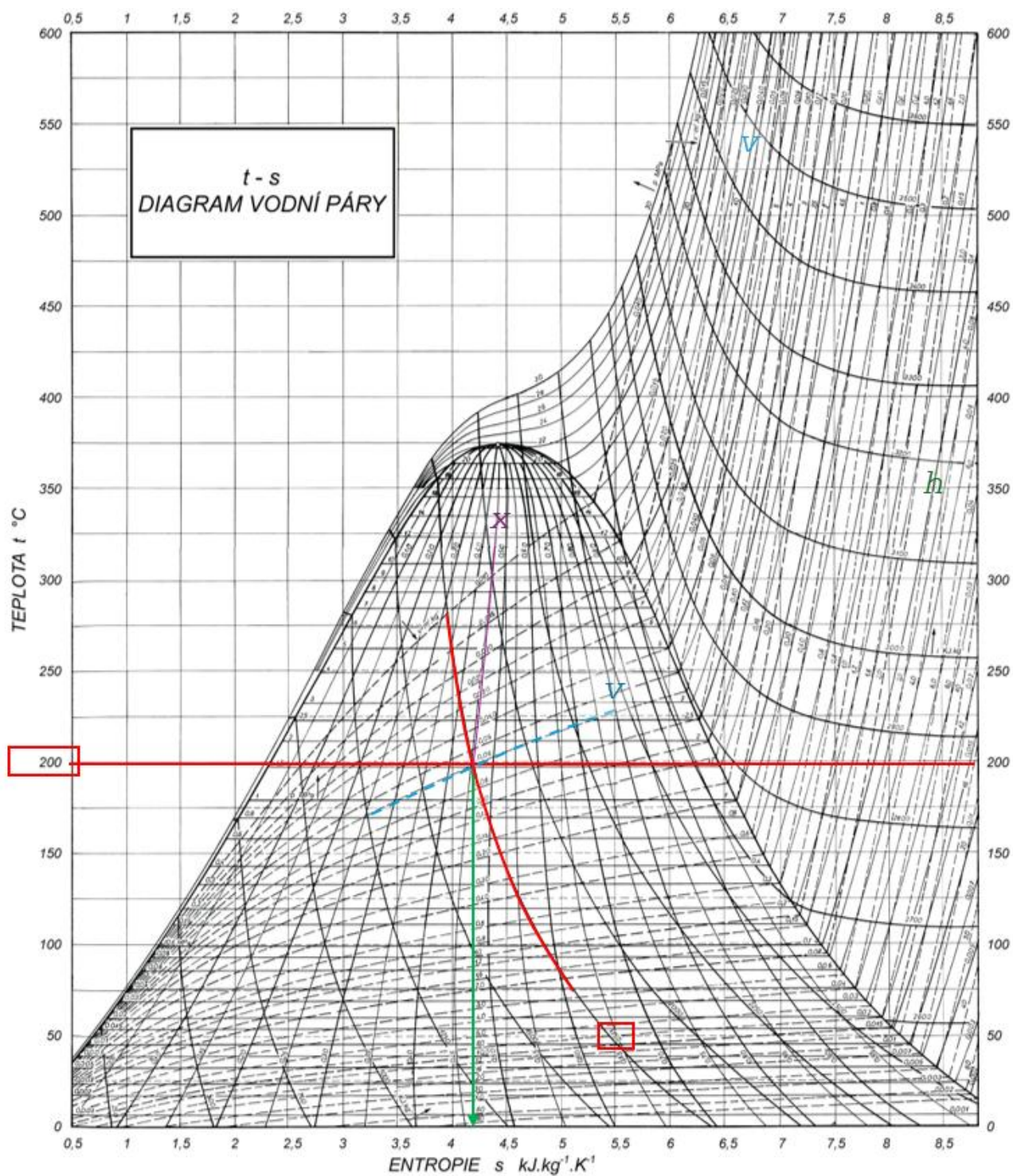
$$u = h - pv$$

$$x = \frac{h - h'}{h'' - h'}$$

Str. 12

t [$^{\circ}\text{C}$]	p [kPa]	v' [$\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$]	v'' [$\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$]	i' [$\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$]	i'' [$\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$]	s' [$\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$]	s'' [$\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$]
155	542,99	0,00109609	0,34681	653,95	2752,29	1,89272	6,7937
160	617,66	0,00110193	0,30709	675,65	2757,95	1,94293	6,7503
165	700,29	0,00110796	0,27270	697,43	2763,34	1,99270	6,7078
170	791,47	0,00111420	0,24283	719,28	2768,45	2,04207	6,6662
180	1001,9	0,00112732	0,19403	763,25	2777,78	2,13965	6,5853
190	1254,2	0,00114136	0,15651	807,60	2785,84	2,23583	6,5071
200 →	1553,7	0,00115641	0,12732	852,38	2792,52	2,33076	6,4312
210	1906,2	0,00117258	0,104	897,66	2797,7	2,42460	6,3572
220	2317,8	0,00119000	0,08616	943,51	2801,3	2,51753	6,2847
230	2795,1	0,00120882	0,07155	990,00	2803,1	2,60971	6,2131
240	3344,7	0,00122922	0,05974	1037,24	2803,0	2,70135	6,1423
250	3973,7	0,00125145	0,050111	1085,32	2800,7	2,79264	6,0717
260	4689,5	0,00127279	0,042194	1134,38	2796,2	2,88382	6,0009

Příklad 3c



Parní Rankinův cyklus pracuje mezi tlaky:

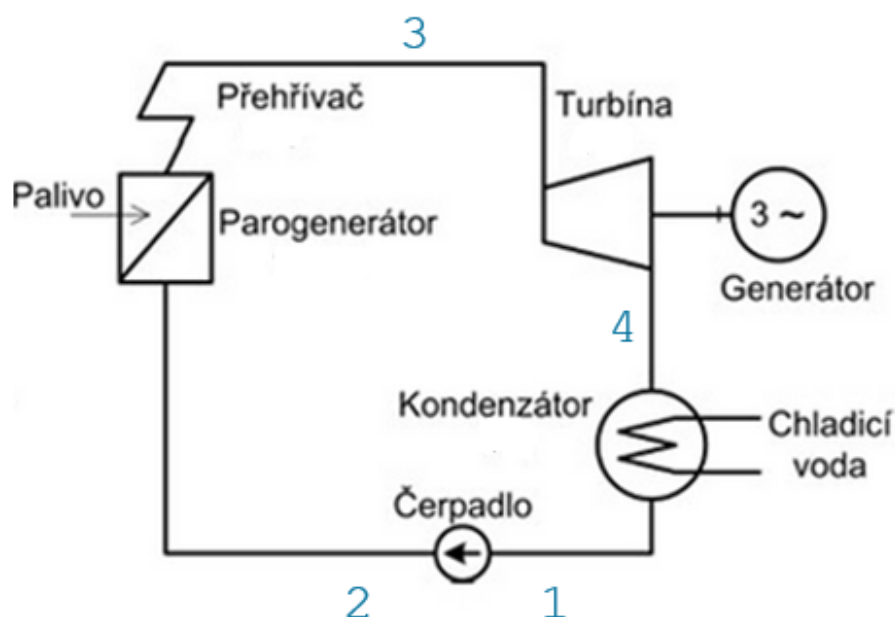
- Tlak kotle: 1,5 MPa
- Teplota vstupní páry: 250 °C
- Tlak v kondenzátoru: 10 kPa
- Expanze v turbíně: izoentropická
- Voda na vstupu do čerpadla: nasycená kapalina

Úkoly:

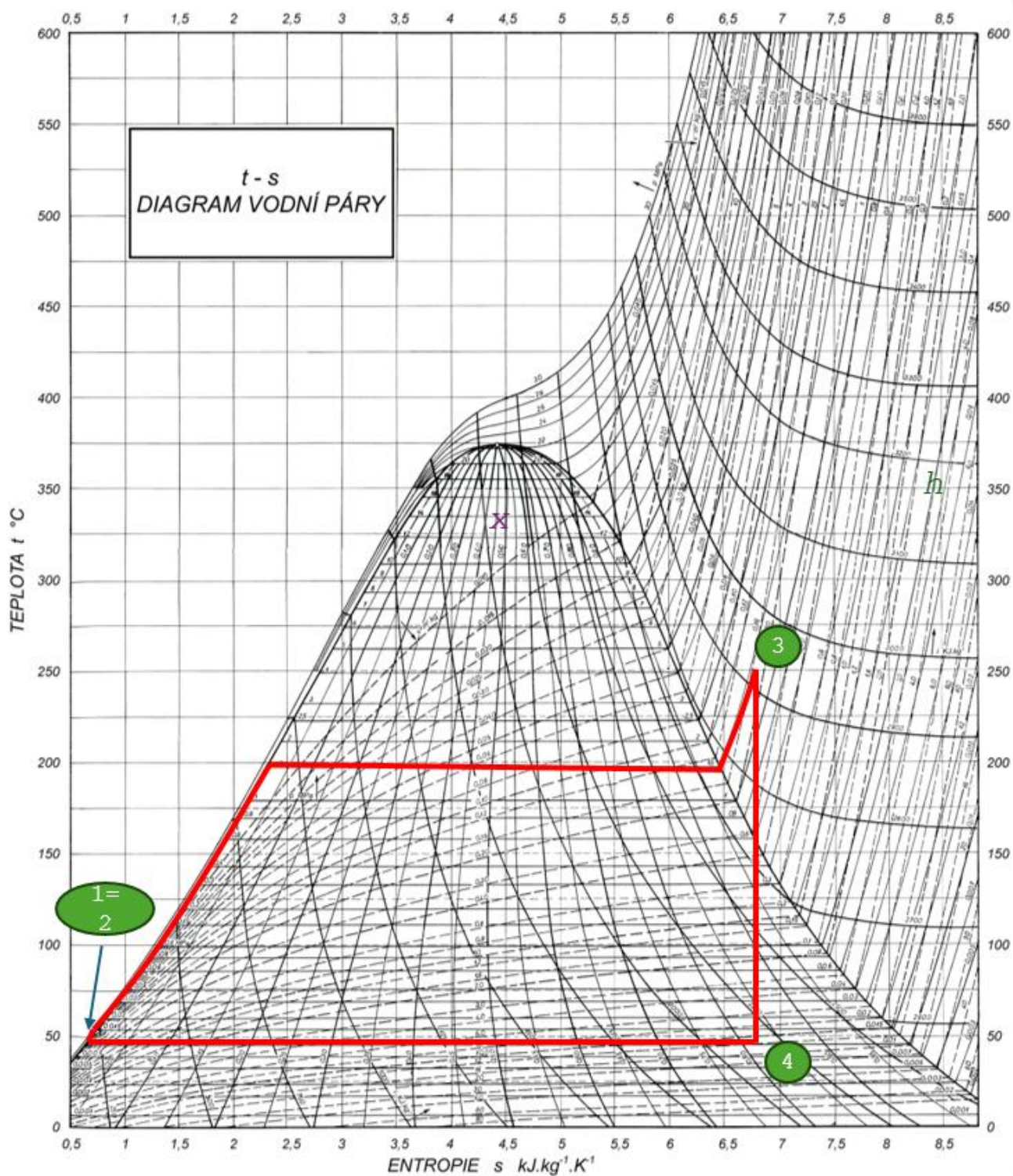
1. Určete entalpie ve všech klíčových bodech cyklu (1-4)
2. Spočítejte specifickou práci turbíny a čerpadla
3. Určete tepelný příkon a účinnost cyklu

Body cyklu:

1. Vstup do čerpadla (nasycená kapalina, 10 kPa)
2. Výstup z čerpadla (voda stlačená na 1,5 MPa)
3. Výstup z kotle (přehřátá pára, 1,5 MPa, 250 °C)
4. Výstup z turbíny (expanze na 10 kPa)



Příklad 4



Výpočty (pomocí tabulek páry):

1. Bod 1 – Nasycená kapalina při 10 kPa:

- $h_1 = 191.81 \text{ kJ/kg}$
- $v_f = 0.001010 \text{ m}^3/\text{kg}$

2. Bod 2 – Výstup z čerpadla (na 1,5 MPa):

- $W_{\text{čerpadla}} = v_f \cdot (p_2 - p_1) = 0.00101 \cdot (1500 - 10) = 1.51 \text{ kJ/kg}$
- $h_2 = h_1 + W_{\text{čerpadla}} = 191.81 + 1.51 = 193.32 \text{ kJ/kg}$

3. Bod 3 – Přehřátá pára při 1,5 MPa a 250 °C

- $h_3 \approx 2942.6 \text{ kJ/kg}$
- $s_3 \approx 6.691 \text{ kJ/(kg K)}$

4. Bod 4 – Expanze na 10 kPa (izoentropická)

- $s_4 = s_3 = 6.691 \text{ kJ/(kg K)}$

Z tabulek při 10 kPa:

- $s' = 0.6492 \text{ kJ/(kg K)}$; $s'' = 8.1503 \text{ kJ/(kg K)}$
- $h' = 191.81 \text{ kJ/kg}$; $h'' = 2583.9 \text{ kJ/kg}$

Výpočet kvality páry:

- $x_4 = (s_4 - s') / (s'' - s') = (6.691 - 0.6492) / (8.1503 - 0.6492) \approx 0.805$
- $h_4 = h' + x_4 \cdot (h'' - h') = 191.81 + 0.805 \cdot (2583.9 - 191.81) \approx 2139.5 \text{ kJ/kg}$

Bod	Tlak (MPa)	Teplota (°C)	Entalpie (kJ/kg)	Entropie (kJ/kg·K)	Stav
1	0.01	45.8	191.81	0.6492	nasycená kapalina
2	1.5	~50	193.32	~	stlačená voda
3	1.5	250	2942.6	6.691	přehřátá pára
4	0.01	45,8	2139.5	6.691	mokrá pára (x ≈ 0.805)

Veličina	Výpočet	Výsledek
Práce turbíny	$h_4 - h_3$	$2139,5 - 2942,6 = -803,1 \text{ kJ/kg}$
Práce čerpadla	$h_2 - h_1$	1.51 kJ/kg
Přivedené teplo	$h_3 - h_2$	$2942,6 - 193,32 = 2749,3 \text{ kJ/kg}$
Odvedené teplo	$h_1 - h_4$	$191,8 - 2139,5 = -1947,7 \text{ kJ/kg}$
Účinnost cyklu	$1 - h_1 - h_4 / (h_3 - h_2)$	29.1%